






DIONYSIS KONSTANTINOU · ANDREAS MEIER · ZBIGNIEW TRZMIEL

NIE DOTYKAJ ZIEMI



 ruch, rotacja, toczenie, energia kinetyczna ruchu translacyjnego, energia kinetyczna ruchu obrotowego, tarcie

 fizyka, TIK

 Przygotowane są dwa zestawy ćwiczeń. Pierwszy jest odpowiedni dla uczniów w wieku 14–15 lat, natomiast z uczniami w wieku 16–18 lat można wykonać oba zestawy.

1 | STRESZCZENIE

Uczniowie analizują odbicia piłki w kontekście ruchu, energii kinetycznej i pędu. Ponadto uczą się, że energia kinetyczna rzeczywistego ciała składa się zarówno z energii kinetycznej ruchu obrotowego, jak i translacyjnego.

2 | WPROWADZENIE KONCEPCYJNE

2|1 Abstrakt

Bramkarze mówią, że ich zadanie jest trudniejsze, jeśli piłka odbija się na ziemi przed nimi. W ramach tego scenariusza zajęć pokażemy uczniom, jak zbadać czynniki, które powodują zmiany w energii i ruchu piłki w momencie, gdy ta się odbija. W tym kontekście uczniowie poznają prawa fizyki związane z ruchem obrotowym i translacyjnym ciała stałego, szczególnie w odniesieniu do toczenia się. Podstawę tego scenariusza stanowią dwa doświadczenia. Uczniowie nagrywają ruch piłki i analizują go przy pomocy narzędzia do analizy filmów. Doświadczenia dobrano w taki sposób, żeby zapewniły uczniom możliwość zbadania konkretnego zjawiska. Następnie będą wyciągać wnioski, aby móc wyjaśnić zjawisko odbijania się piłki w kategoriach siły, ruchu, pędu i energii.

2|2 Wymagana wiedza

Uczniowie powinni znać fizykę ruchu, rolę sił w ruchu, zagadnienia energii potencjalnej i kinetycznej w odniesieniu do punktu materialnego. Powinni potrafić pracować z wielkościami wektorowymi takimi jak prędkość i pęd liniowy.

2|3 Podstawy teoretyczne

2|3|1 Kinetyka

Toczenie się to połączenie ruchu translacyjnego i obrotowego. Przy tego typie ruchu:

1. Środek masy (cm) przesuwa się ruchem translacyjnym. Jego prędkość względem ziemi wynosi \vec{v}_{cm} .
2. Reszta ciała obraca się wokół środka masy i wykonuje dwa rodzaje ruchu, tj. ruch translacyjny o prędkości \vec{v}_{cm} i ruch obrotowy.

Zajmijmy się punktem i ciała. W drugim rodzaju ruchu jego prędkość bezwzględna w odniesieniu do jego cm wynosi $v_{rel,cm}^i = r_i \omega$.

Prędkość kątowna mierzona jest na osi obrotu. Prędkość punktu i w odniesieniu do cm jest styczna do toru punktu i . Te dwie prędkości są powiązane regułą prawej dłoni.

r_i : odległość konkretnego punktu i od osi obrotu [m]

ω : prędkość kątowna ciała [$\frac{1}{s}$]

v : prędkość [$\frac{m}{s}$]

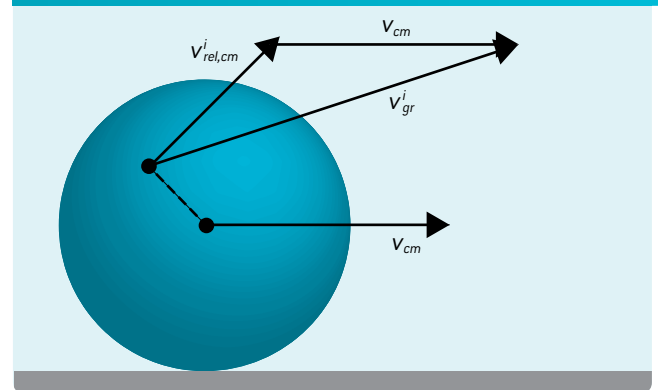
W odniesieniu do punktów na obwodzie ich $\vec{v}_{rel,cm}^i$ będzie $R\omega$.

R : promień ciała [m]

Dlatego prędkość punktu i ciała w odniesieniu do ziemi jest sumą wektorową tych dwóch prędkości (**RYS. 1**).

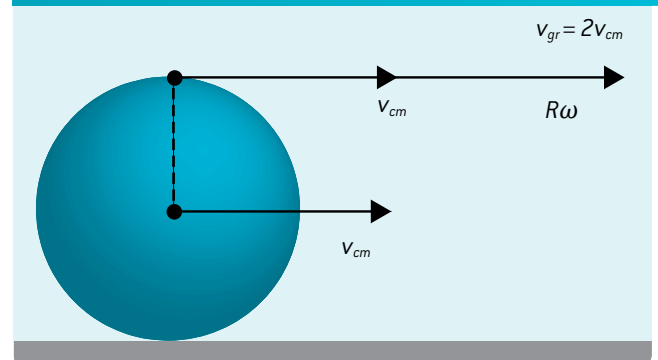
$$\vec{v}_{gr}^i = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{rel,cm}^i$$

RYS. 1



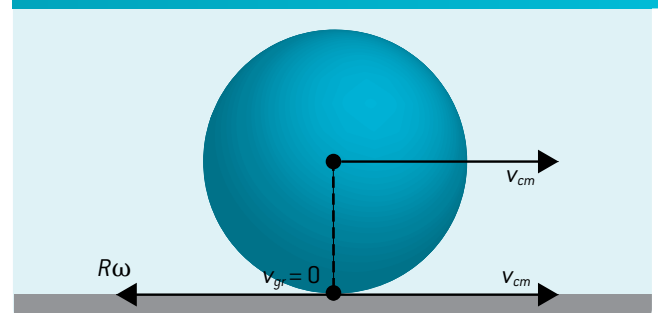
\vec{v}_{gr} najwyższego punktu ciała jest równa $2\vec{v}_{cm}$.

RYS. 2



Prędkość \vec{v}_{gr} punktu mającego kontakt z ziemią wynosi zero, tj. jest tymczasowo w spoczynku (**RYS. 3**).

RYS. 3



Ostatecznie warunek $v_{cm} = R\omega$ oznacza, że ciało toczy się bez poślizgu.

2 | 3 | 2 Energia kinetyczna

Z założenia poruszające się ciało kuliste ma energię kinetyczną

ruchu obrotowego i translacyjnego: $E_{kin,tr}$ i $E_{kin,rot}$.

$$E_{kin,tr} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{i} \quad E_{kin,rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

m : masa [kg]

I : moment bezwładności [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

v : prędkość bezwzględna [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]

ω : prędkość kątowna ciała kulistego [$\frac{1}{\text{s}}$]

Przyjmijmy, że takie ciało uderza ziemię i skupmy się na krótkim czasie tuż przed i tuż po zderzeniu, w którym możemy zbadać siłę działającą pomiędzy tym ciałem a ziemią.

Przed zderzeniem:

$$E_{kin,tr(1)} = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \text{i} \quad E_{kin,rot(1)} = \frac{1}{2}I\omega_1^2.$$

Po zderzeniu te dwie energie będą nadal istnieć, jednak będą mieć inne wartości:

$$E_{kin,tr(2)} = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad \text{i} \quad E_{kin,rot(2)} = \frac{1}{2}I\omega_2^2.$$

Wskaźniki 1 i 2 odpowiadają wartościom przed i po zderzeniu z ziemią.

Siła oddziałująca pomiędzy ziemią i tym ciałem składa się ze składowej pionowej i poziomej. Jeśli przyjmijmy, że piłka nie poślizgnie się na ziemi, składowa pozioma to siła tarcia spoczynkowego. Praca tej siły wynosi zero, natomiast jej moment obrotowy powoduje przyspieszenie kątowne. Oznacza to, że prędkość kątowna zmienia się pod względem wielkości i czasami kierunku. Tym niemniej jednak żadna energia nie jest przekształcana na ciepło i dochodzi tylko do wymiany pomiędzy energią translacyjną a obrotową. Komponent pionowy oraz ciężar piłki generują przyspieszenie pionowe względem piłki. Zakładając, że piłka nie ślizga się na ziemi, możemy zastosować regułę zachowania energii mechanicznej:

$$E_{pot(1)} + E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{pot(2)} + E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}.$$

E_{pot} to energia potencjalna, natomiast wskaźniki 1 i 2 odnoszą się do stanu tuż przed i zaraz po odbiciu piłki.

Ze względu na fakt, że skupiamy się na zdarzeniu uwzględniającym odbijanie piłki od ziemi, $E_{pot(1)} = E_{pot(2)}$

$$\text{i} \quad E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}.$$

Ze względu na działanie kilku czynników, między innymi rodzaju powierzchni i kątowej prędkości piłki tuż przed zderzeniem, trudno jest oszacować wpływ tarcia. Dlatego niełatwo jest przewidzieć parametry ruchu piłki tuż po odbiciu, zwłaszcza wektor jej prędkości.

2 | 4 Doświadczenia i procedury

1. Aby wzbudzić zainteresowanie uczniów, należy ich poprosić, aby puścili piłkę, jednocześnie wprowadzając ją w ruch obrotowy^[1]. Miejmy nadzieję, że uczniowie skojarzą „kopnięcie” piłki z ruchem wirowym, w jaki ją wprowadzili.
2. Pierwsze doświadczenie (pierwszy zestaw ćwiczeń) Uczniowie montują rampę składającą się z dwóch równoległych prętów. Odległość pomiędzy tymi dwoma prętami powinna być nieco mniejsza niż średnica piłki.



RYS. 4 Przygotowanie do pierwszego doświadczenia.

Uczniowie mają za zadanie puścić małą piłkę z góry rampy, zarejestrować jej ruch i przeanalizować go za pomocą narzędzia do analizy wideo, np. Tracker^[2]. Szczegółowy opis tego oprogramowania znajduje się w publikacji *iStage 1 – Materiały dydaktyczne wykorzystujące technologie informacyjno-komunikacyjne [TIK] w nauczaniu przedmiotów ścisłych*^[3]. Lepiej byłoby nawet użyć „szybkiej” kamery (co najmniej 120 klatek na sekundę).

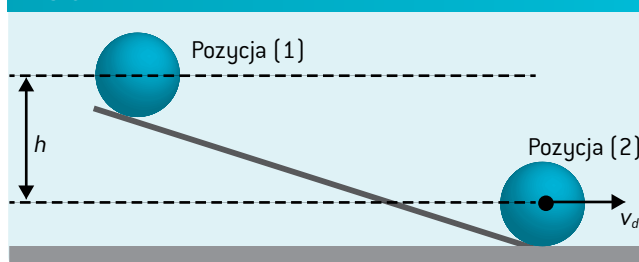
Pełna piłka (m, R) $I = \frac{2}{5}mR^2$ toczy się bez poślizgu z pozycji (1) na ziemię, tj. do pozycji (2), a następnie toczy się dalej po ziemi (**RYS. 5**).

Uwaga: Moment bezwładności piłki używanej do gry w piłkę nożną jest bliski $\frac{2}{3}mR^2$.

W naszych doświadczeniach używamy piłki pełnej.

Kiedy piłka toczy się w dół po rampie, jej prędkość v i prędkość kątowna ω zmieniają się zgodnie z $v = R\omega$.

RYS. 5



Zasada zachowania energii jest następująca:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_d^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \dots = \frac{7}{10}mv_d^2.$$

\vec{v}_d to prędkość piłki przy podstawie rampy. Kinetyczna energia translacyjna to $\frac{5}{10}mv_d^2$, i dlatego obrotowa energia kinetyczna równa jest $\frac{2}{10}mv_d^2$.

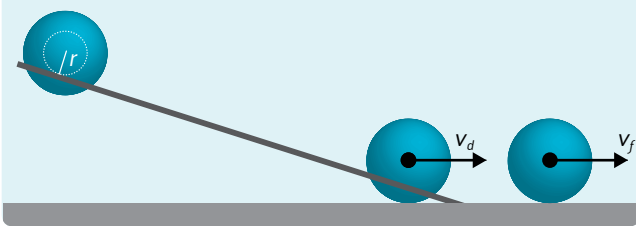
$$\text{Dlatego } \frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}} = \frac{2}{5}.$$

W proponowanym doświadczeniu ruch piłki po rampie jest zgodny z $v = r\omega$, gdzie r to odległość pomiędzy osią obrotu a punktami, w których piłka dotyka rampy.

Doświadczenie opracowano (**RYS. 6**) w taki sposób, że $r < R$. W efekcie współczynnik $\frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}}$

jest większy niż $\frac{2}{5}$. Kiedy piłka dotrze do ziemi, będzie równy $\frac{2}{5}$, tak więc ruch toczny przyjmie nową konfigurację, gdzie odległość osi obrotu od punktu, w którym piłka dotyka ziemi, jest równa R .

RYS. 6



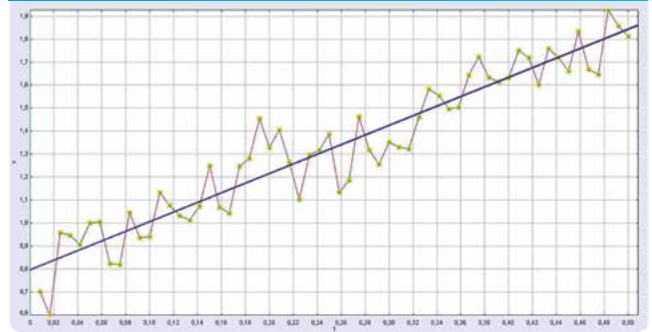
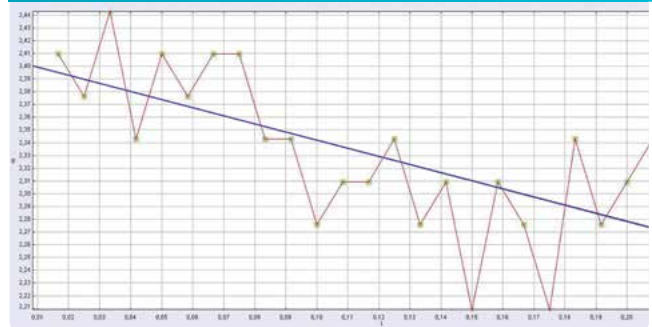
Dokładnie taka sytuacja będzie mieć miejsce i po bardzo krótkiej zmianie prędkość piłki przyjmie wartość ostateczną, kiedy to prędkość \vec{v}_f będzie większa niż prędkość \vec{v}_d , z którą piłka uderza w ziemię.

Uczniowie mogą zobaczyć, nawet gołym okiem, że piłka toczy się szybciej po ziemi. Mogą przeanalizować ten ruch i zdefiniować prędkości \vec{v}_d i \vec{v}_f .

W tym celu muszą uwzględnić rotacyjną energię kinetyczną. W przeciwnym razie nie będzie można wyjaśnić tego zjawiska przy użyciu zasady zachowania energii. Każdy, kto ma świadomość, że ciało stałe może mieć energię kinetyczną translacyjną i obrotową zrozumie, że część kinetycznej energii ruchu obrotowego przekształciła się w energię kinetyczną translacyjną w wyniku tarcia pomiędzy ziemią a piłką.

2 | 5 Wymagane materiały

Dwa pręty o długości 1 metra oraz odpowiednie podpory i łączniki, mała piłka, najlepiej pełna i wykonana z twardej gumy. W typowym laboratorium szkolnym bez wątplenia znajdują się takie materiały.

RYS. 7 Pierwsza część ruchu, $v_d = 1,85 \text{ m/s}$ RYS. 8 Druga część ruchu, $v_d = 2,4 \text{ m/s}$ 

3 | ZADANIE UCZNIÓW

3 | 1 Pierwsze doświadczenie: pierwszy zestaw ćwiczeń

1. Przygotujcie doświadczenie.
2. Nagrajcie film [1].
3. Wykonajcie analizę odpowiednim narzędziem, np. Tracker [2].
4. Zdefiniujcie prędkości tuż przed i tuż po zderzeniu z poziomą platformą (**RYS. 6 i 7**).
5. Zmierzcie promień piłki i zdefiniujcie jej prędkość kątową, kiedy rozpocznie się toczyć po ziemi (**RYS. 9**).
6. Zmierzcie masę piłki i zdefiniujcie energię kinetyczną translacyjną tuż przed zderzeniem ($E_{kin,tr(1)}$) i zaraz po ($E_{kin,tr(2)}$) zderzeniu z poziomą platformą (**RYS. 9**).
7. Wyjaśnijcie zmianę energii kinetycznej.

RYS. 9 $\omega = 156 \text{ s}^{-1}$, $E_{kin,tr(1)} = 2,46 \cdot 10^{-2} \text{ J}$, $E_{kin,tr(2)} = 4,14 \cdot 10^{-2} \text{ J}$



RYS. 10 Przygotowanie do drugiego doświadczenia.

3 | 2 Drugie doświadczenie

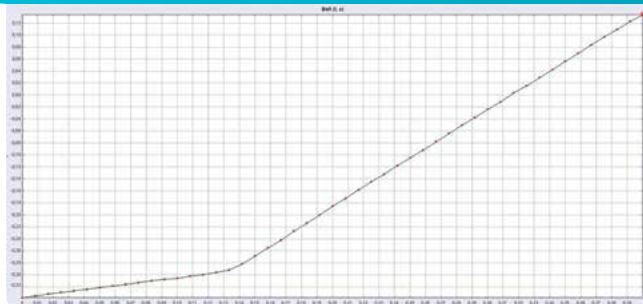
Uczniowie powinni przygotować doświadczenie podobne do pierwszego. Jednak tym razem koniec rampy powinien być umiejscowiony około 0,6 metra nad poziomą platformą.

Uczniowie powinni pozwolić, aby piłka się potoczyła i spadła na powierzchnię poniżej. Powinni nagrać ruch piłki i przeanalizować go przy pomocy narzędzia do analizy filmów, np. Tracker [2]. W tym przypadku ciekawy aspekt tego ruchu zaczyna się w momencie, gdy piłka opuszcza rampę i nabiera znacznego rozpędu. W ramach tego doświadczenia uczniowie poznają dogłębniej zagadnienie ruchu i energii.

Drugi zestaw ćwiczeń

1. Przygotujcie doświadczenie.
2. Puśćcie piłkę tak, aby stoczyła się z góry rampy i nagracie ten ruch kamerą [1].
3. Sporządźcie wykres x do t i zdefiniujcie poziomy komponent prędkości piłki v_x w momencie, gdy upadnie i się wznieśnie. Wyjaśnijcie zmianę v_x .

RYS. 11 Przykład wykresu prezentującego zmianę prędkości



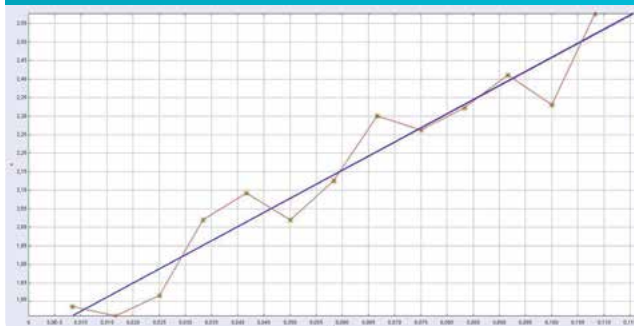
4. Zmierzcie masę piłki i obliczcie, ile $E_{kin,rot}$ piłki zostało przekształcone w $E_{kin,tr}$. Należy zdefiniować także prędkość piłki tuż przed odbiciem i zaraz po nim.

$$v_{fall,fin} = 2,55 \frac{m}{s} \quad E_{kin,tr(1)} = 4,67 \cdot 10^{-2} J \text{ (RYS. 12) } \text{ i}$$

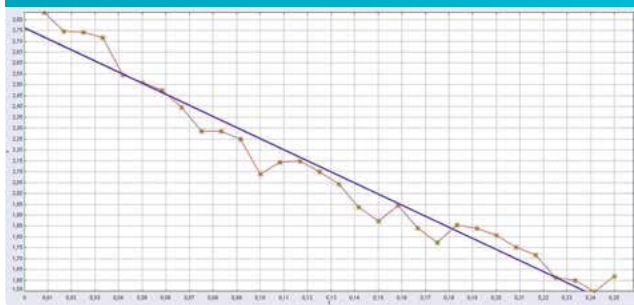
$$v_{wzn,pocz} = 2,76 \frac{m}{s} \quad E_{kin,tr(2)} = 5,47 \cdot 10^{-2} J \text{ (RYS. 13)}$$

$$\Delta E_{kin,tr} = 0,8 \cdot 10^{-2} J = -\Delta E_{kin,rot}$$

RYS. 12

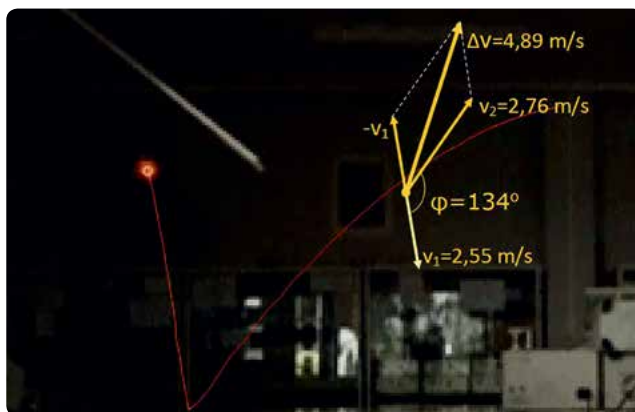


RYS. 13



5. Zdefiniujcie zmianę $\Delta \vec{p}$ [$kg \cdot \frac{m}{s}$] w pędzie piłki podczas jej kontaktu z ziemią.

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$$



RYS. 14

\vec{v}_1 i \vec{v}_2 to prędkości tuż przed i tuż po zderzeniu z poziomą platformą Ich bezwzględne wartości w tym doświadczeniu to $2,55 \frac{m}{s}$ i $2,76 \frac{m}{s}$ z kątem $\varphi = 134^\circ$ pomiędzy nimi.

$\Delta \vec{v}$ to zmiana prędkości. Jej wartość bezwzględną obliczono na $4,89 \frac{m}{s}$. Kąt pomiędzy \vec{v}_2 a $\Delta \vec{v}$ został obliczony i ma wartość 24° .

Zmiana pędu wynika z równania $\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$.

Jej kierunek jest taki sam jak kierunek $\Delta \vec{v}$, a jej bezwzględna wartość wynosi $7 \cdot 10^{-2} kg \cdot \frac{m}{s}$.

- Uwzględnijcie drugą część ruchu, gdyby piłka była rzucona z poziomu ziemi. Zdefiniujcie wstępne wielkości, które charakteryzują ten rzut i obliczcie maksymalną wysokość i zasięg rzutu. Porównajcie wartości, które ustaliliście, z wartościami uzyskanymi w narzędziu Tracker. Wyjaśnijcie wszelkie różnice pomiędzy analizą danych a wartościami teoretycznymi.

4 | WNIOSEK

Uczniowie powinni zaobserwować zmiany w ruchu i energii piłki i powiązać je z siłą, szczególnie z jej komponentem poziomym, oddziałującą pomiędzy piłką a ziemią oraz z momentem obrotowym tej siły. Jednocześnie powinni dojść do wniosku, że energia kinetyczna ciała stalego składa się z dwóch wielkości (energii kinetycznej ruchu obrotowego, jak i translacyjnego). W końcu mogą również przewidywać pewne uprzedzenia, które być może bazują na tym, że zwykle pracujemy z modelem masy punktowej na lekcjach z mechaniki.

5 | MOŻLIWOŚCI WSPÓŁPRACY

Uczniowie z różnych szkół, niekoniecznie w ramach tego samego kraju, mogą skontaktować się ze sobą nawzajem i wymienić filma- mi, głównie w przypadku pierwszego ćwiczenia. Zakłada się, że powinni dojść do tych samych wniosków, które mogą później omówić podczas telekonferencji.

Mogą też się spotkać i wspólnie przeprowadzić cały zestaw ćwiczeń, takich jak:

- Wyjdźcie na zewnątrz i ustawcie kamerę. Nagrajcie film z piłką upadającą na ziemię i spójrzcie na parametry ruchu piłki podczas zderzenia z ziemią.
- Przeanalizujcie ten ruch.
- Wyciągnijcie wnioski dotyczące właściwości tarcia podczas zderzenia piłki z ziemią.
- Zdefiniujcie prędkość piłki przed i po zderzeniu z ziemią, zmierzcie masę piłki i obliczcie energię kinetyczną ruchu translacyjnego.
- Poproście kolegę w klasie, który dobrze gra w piłkę nożną, aby kopnął piłkę różnymi technikami, nagrywajcie filmy i opisujcie to, co się dzieje, gdy piłka uderza w ziemię.
- Przygotujcie konkretną odpowiedź na podstawowe pytanie, dlaczego bramkarze mają większy problem z obroną strzału, jeśli piłka skozłuje na ziemi przed nimi.
- Po zakończeniu pozostałych ćwiczeń rozegrajcie mecz piłki nożnej poświęcony nauce. Oczywiście taka gra stworzy warunki korzystne dla obu stron bez względu na ostateczny wynik!

ZASOBY

[1] www.science-on-stage.de/iStage3_materials

[2] www.physlets.org/tracker

[3] www.science-on-stage.de/iStage1-download



IMPRINT

TAKEN FROM

iStage 3 - Football in Science Teaching
available in Czech, English, French, German,
Hungarian, Polish, Spanish, Swedish
www.science-on-stage.eu/istage3

PUBLISHED BY

Science on Stage Deutschland e.V.
Poststraße 4/5
10178 Berlin · Germany

REVISION AND TRANSLATION

TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH
www.transformcologne.de

CREDITS

The authors have checked all aspects of copyright for the images and texts used in this publication to the best of their knowledge.

DESIGN

WEBERSUPIRAN.berlin

ILLUSTRATION

Tricom Kommunikation und Verlag GmbH
www.tricom-agentur.de

PLEASE ORDER FROM

www.science-on-stage.de
info@science-on-stage.de

Creative-Commons-License: Attribution Non-Commercial
Share Alike



First edition published in 2016

© Science on Stage Deutschland e.V.



SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

- ... is a network of and for science, technology, engineering and mathematics (STEM) teachers of all school levels.
- ... provides a European platform for the exchange of teaching ideas.
- ... highlights the importance of science and technology in schools and among the public.

The main supporter of Science on Stage is the Federation of German Employers' Associations in the Metal and Electrical Engineering Industries (GESAMTMETALL) with its initiative think ING.

Join in - find your country on

WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU

 www.facebook.com/scienceonstageeurope

 www.twitter.com/ScienceOnStage

Subscribe for our newsletter:

 www.science-on-stage.eu/newsletter



MAIN SUPPORTER OF
SCIENCE ON STAGE GERMANY

think
ING.
Die Initiative für
Ingenieur Nachwuchs

Proudly supported by

